



Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

ГЛАВА 7. ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

Модуль 7.7. Сложность задач

Зюзьков Валентин Михайлович

Сложность задачи – это асимптотическая временная сложность наилучшего алгоритма, известного для ее решения.

Быстрыми являются линейные алгоритмы, которые обладают сложностью порядка $O(n)$, где n – размерность входных данных.

Полиномиальным алгоритмом (или алгоритмом полиномиальной временной сложности, или алгоритмом, принадлежащим классу **P**) называется алгоритм, у которого временная сложность равна $O(n^k)$, где k – положительное целое число.

Алгоритмы, для временной сложности которых не существует полиномиальной оценки, называются **экспоненциальными**, и такие задачи считаются **труднорешаемыми**.

Понятие полиномиально разрешимой задачи принято считать уточнением идеи практически разрешимой задачи.

Класс P

- Рассортировать множество из n чисел. Используется алгоритм Хоара, сложность поведения – $O(n \log n)$.
- Существует ли эйлеровый цикл на графе из t ребер? Алгоритм порядка $O(t)$.
- Задача Прима–Краскала. Дана плоская страна и в ней n городов. Нужно соединить все города телефонной связью так, чтобы общая длина телефонных линий была минимальной. Эта задача решается с помощью жадного алгоритма сложности $O(n \log n)$.
- Кратчайший путь на графе, состоящем из n вершин и t ребер. Сложность алгоритма $O(mn)$.

Класс P

- Умножение целых чисел. Алгоритм Шёнхаге–Штрассена имеет сложность порядка $O(n \log n \log \log n)$.
- Умножение матриц. Алгоритм Штрассена имеет сложность порядка $O(n^{\log 7})$ для умножения двух матриц размера $n \times n$.
- Тест на простоту натурального числа. Алгоритм AKS имеет сложность порядка $O(\log^{7.5} n)$, где n – количество цифр в числе.

Класс E : задачи, экспоненциальные по природе

- Построить множество всех подмножеств данного множества.
- Найти все полные подграфы некоторого графа или все поддеревья некоторого графа.
- Вычислить $2^{(2^k)}$ для заданного натурального k .

Задачи, не попадающие ни в класс P , ни в класс E

- Задача о выполнимости: выполнима ли данная формула логики высказываний?
- Задача коммивояжера.
- Решение систем уравнений с целыми переменными.
- Составление расписаний, учитывающих определенные условия.
- Размещение обслуживающих центров.
Минимальное число центров для максимального числа клиентов.
- Оптимальная загрузка емкости при наименьшей стоимости.
- Оптимальный раскрой материала.
- Факторизация – разложение натурального числа на множители.

Благодарю за внимание!