



Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

ГЛАВА 7. ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

Модуль 7.4. Некоторые алгоритмически неразрешимые проблемы

Зюзьков Валентин Михайлович

Теорема Чёрча

Исчисление предикатов **неразрешимо** – нет алгоритма, который для любой формулы логики предикатов устанавливает, доказуема она или нет.

Тьюринг, Чёрч: проблема остановки неразрешима.

- Не существует никакого общего алгоритма, позволяющего установить, вычисляет ли некоторая конкретная программа (на любом языке программирования) постоянную нулевую функцию.
- То же самое справедливо и для любой другой конкретной вычислимой функции.
- Вопрос о том, вычисляют ли две данные программы одну и ту же одноместную функцию, также неразрешим.

Пусть $p(z_1, \dots, z_n)$ – полином с целыми коэффициентами типа

$$p(z_1, z_2) = z_1^5 - 4z_1z_2^3 + 32.$$

Диофантовы уравнения $p(z_1, \dots, z_n) = 0$ подразумевают решение в целых числах.

$$\begin{cases} 6w + 2x^2 - y^3 = 0, \\ 5xy - z^2 + 6 = 0, \\ w^2 - w + 2x - y + z - 4 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6w + 2x^2 - y^3 = 0, \\ 5xy - z^2 + 6 = 0, \\ w^2 - w + 2x - y + z - 3 = 0. \end{cases}$$

Теорема. Отрицательное решение 10-й проблемы Гильберта (Ю. Матиясевич, 1970 г.)

Существует такой полином $P(x_1, x_2, \dots, x_k)$,
что неразрешимость уравнения

$$P(x_1, x_2, \dots, x_k) - y = 0$$

по x_1, x_2, \dots, x_k при любом положительном y
алгоритмически непроверяема.

Благодарю за внимание!