



Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники

# ГЛАВА 6. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

## Модуль 6.1. Индуктивное рассуждение

Зюзьков Валентин Михайлович

**Индуктивное рассуждение** – процесс получения общего утверждения на основе изучения частных примеров.

## Пример 1

Используйте **индуктивное рассуждение**, чтобы предсказать наиболее вероятное следующее число в последовательностях:

- 3, 6, 9, 12, 15, ...
- 1, 3, 6, 10, 15, ...

## Пример 2

Используйте **индуктивное рассуждение**, чтобы предсказать наиболее вероятное следующее число в последовательности  $a_n$ :

2	7	24	59	118	207
5	17	35	59	89	
12	18	24	30		
	6	6	6		

## Пример 3

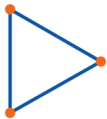


Многоугольные числа

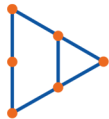
# Треугольные числа



$$S_1 = 1$$



$$S_2 = 3$$



$$S_3 = 6$$



$$S_4 = 10$$



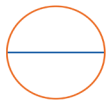
$$S_5 = 15$$

Формула  $n$ -го треугольного числа:

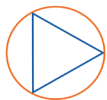
$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$



Задача об определении числа  $R_n$  областей, образуемых  $n(n - 1)/2$  хордами, которые соединяют  $n$  фиксированных точек на окружности, при предположении, что никакие три хорды не пересекаются внутри круга.



$$R_2 = 2$$



$$R_3 = 4$$



$$R_4 = 8$$



$$R_5 = 16$$

Частный случай, показывающий ложность утверждения, истинность которого предполагалась в общем случае, называется **контрпримером** (общего утверждения).



$$R_6 = 31$$

На самом деле правильной формулой будет

$$R_n = 1 + \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}.$$

# Пример Д. Пойа

Найти формулу для суммы  $n$  первых квадратов  $1 + 4 + 9 + 16 + \dots + n^2$ .

$n$	1	2	3	4	5	6	Формула
$1 + 2 + 3 + \dots + n$	1	3	6	10	15	21	$\frac{n(n+1)}{2}$
$1 + 4 + 9 + 16 + \dots + n^2$	1	5	14	30	55	91	?

$n$	1	2	3	4	5	6
$\frac{1^2+2^2+\dots+n^2}{1+2+\dots+n}$	1	5/3	7/3	3	11/3	13/3

$$\frac{1^2+2^2+\dots+n^2}{1+2+\dots+n} = \frac{2n+1}{3}$$



$$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

**Благодарю за внимание!**