



Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники

## **ГЛАВА 5. АКСИОМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД**

### **Модуль 5.1. Аксиоматическое построение математических теорий**

**Зюзьков Валентин Михайлович**

**Аксиоматический метод** – способ построения математической теории, при котором в основу кладутся основные положения теории, принимаемые без доказательства, а все остальные выводятся из них при помощи доказательств.

Исходные положения называются **аксиомами**, а те, которые из них выводятся, – **теоремами**.

## Особенность 1

**«Начала» Евклида:** аксиомы – очевидные истины, принимаются без доказательства.

**Современные теории:** аксиомы – неочевидные, произвольные, принимаются без доказательства.

## Особенность 2

Доказательства при аксиоматическом методе могут быть **неформальными** и **формальными**.

Неформальное (психологическое)  
доказательство – это рассуждение, которое  
нас убеждает в истинности некоторого  
высказывания настолько, что мы можем  
после этого убедить других с помощью того  
же рассуждения.

Создание **формальных аксиоматических теорий** возможно только при использовании формальных языков для записи на них доказываемых утверждений и самих доказательств.

Обычно для этой цели широко используются **языки первого порядка**.

Семантическая система, или просто семантика, какого-либо языка выделяет среди всех формул этого языка те, которые объявляются истинными; говорят также, что им приписываются значения **И**.

Для этого обычно используется интерпретация правильных выражений языка.

О формальных доказательствах можно говорить лишь тогда, когда утверждения, которые мы доказываем, и доказательства представляют собой тексты, организованные по совершенно точным синтаксическим правилам, т. е. записанные на формальном языке.



**Дедуктивная система** какого-либо языка выделяет среди всех формул те, которые объявляются доказуемыми.

Обычно доказуемость задается индуктивно при помощи аксиом и правил вывода.

Некоторые формулы объявляются аксиомами.

Каждое **правило вывода** применяется к одной или нескольким формулам и указывает, как из этих формул можно получить новую формулу.

Доказуемыми формулами называются все аксиомы и формулы, которые можно получить из доказуемых с помощью правил вывода.

Доказуемые формулы, которые не являются аксиомами, называются теоремами.

**Благодарю за внимание!**