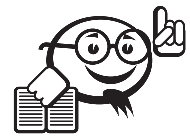
Модуль 7.3. Тезис Чёрча

За последние 70 лет было предложено много различных математических уточнений интуитивного понятия алгоритма. Два из этих подходов мы разобрали. Перечислим некоторые другие альтернативные способы, которые предлагались следующими авторами:

- Ламбда-исчисление Чёрча [1] — представляет класс (частичных) функций (λ-определимые функции), который характеризует неформальное понятие вычислимой функции.
- Гёдель—Эбран—Клини. Общерекурсивные функции, определенные с помощью исчисления рекурсивных уравнений [2, с. 261–278].
- Пост. Функции, определяемые каноническими дедуктивными системами [3, с. 66–72].
- Марков. Функции, задаваемые некоторыми алгоритмами (известные под названием «нормальные алгоритмы») над конечным алфавитом [4].
- Шепердсон—Стерджис. МНР-вычислимые функции [3].

Между этими подходами (в том числе и двумя рассмотренными выше) имеются большие различия; каждый из них имеет свои преимущества для соответствующего описания вычислимости. Следующий замечательный результат получен усилиями многих исследователей.

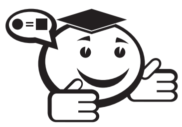


Теорема 1 (основной результат) [3, с. 57]. Каждое из вышеупомянутых уточнений вычислимости приводит к одному и тому же классу вычислимых функций.

Вопрос: насколько хорошо неформальное и интуитивное понятие вычислимой функции отражено в различных формальных описаниях?

Чёрч, Тьюринг и Марков, каждый в соответствии со своим подходом, выдвинули утверждение (тезис) о том, что класс определенных ими функций совпадает с неформально определенным классом вычислимых функций. В силу основного результата все эти утверждения логически эквивалентны.

А. Чёрч был первым, кто осознал, что одно конкретное и, казалось бы, весьма специальное определение может адекватно отражать основополагающее понятие алгоритма. Название «*тезис Чёрча*» теперь применяется к этим и аналогичным им утверждениям.

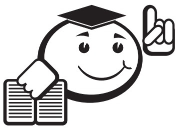


Тезис Чёрча. *Интуитивно и неформально определенный класс вычислимых функций совпадает с классом частично-рекурсивных функций.*

Здесь мы встретились с таким редким в математике объектом, как тезис. Что же это такое? Это не теорема, ибо тезис Чёрча не имеет доказательства. Это не гипотеза, ибо он и не может быть доказан. Это даже не аксиома, которую мы вольны принимать или не принимать. Всё это так из-за того, что тезис Чёрча не является точным математическим утверждением, ибо он связывает строгое понятие вычислимости с нестрогим понятием вычислимости в интуитивном смысле.

Тезис скорее является утверждением, которое принимается на веру, причем вера подкрепляется следующими аргументами [3, с. 75–76]:

- Фундаментальный результат: многие независимые инварианты уточнения интуитивного понятия вычислимости привели к одному и тому же классу функций.
- Обширное семейство вычислимых функций принадлежит этому классу. Конкретные функции, рассмотренные в параграфе 7.2 главы 7, образуют исходную часть этого семейства, которую можно расширять до бесконечности методами из параграфа 7.2 главы 7 или более мощными и сложными методами.
- Никто еще не нашел функцию, которую можно было признать вычислимой в неформальном смысле, но которую нельзя было бы построить, используя один из формальных методов.



Список литературы по модулю

[1] Барендрегт Х. Лямбда-исчисление. Его синтаксис и семантика / Х. Барендрегт. — М. : Мир, 1985. — 606 с.

[2] Мендельсон Э. Введение в математическую логику / Э. Мендельсон. — М. : Наука, 1976. — 320 с.

[3] Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций : пер. с англ. / Н. Катленд. — М. : Мир, 1983. — 256 с.

[4] Марков А. А. Теория алгоритмов // Труды Мат. ин-та АН СССР. — 1954. — Т. 42.