ТУСУР | TUSUR UNIVERSITY

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

ГЛАВА 4. ЯЗЫКИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Модуль 4.1. Предикаты и кванторы

Зюзьков Валентин Михайлович

Утверждение: «Для любого положительного числа x существует такое число y, что $x = y^2$».

Как передать внутреннюю структуру данного математического утверждения в рамках логики высказываний?

Рассуждение:
«Всякое целое число является рациональным. Число 2 – целое. Следовательно, 2 – рациональное число».

Как доказать логичность данного рассуждения в рамках логики высказываний?

k-местным **предикатом** на универсуме M называется произвольная функция $P\colon M^k \to \{\mathbf{И}, \mathbf{Л}\}$.

- Универсум – множество $\mathbf{N}$.
  $P(n) = $ **И** тогда и только тогда, когда n есть простое число.

- Универсум есть произвольное множество M, элементы которого сами являются множествами.
  $A(X, Y) = $ **И** тогда и только тогда, когда $X \subseteq Y$.

Логические операции, называемые кванторами, позволяют из данного предиката получать предикат с меньшим числом параметров.

Из одноместного предиката получается высказывание.

Пусть $A(x)$ – предикат с одним параметром, тогда высказывание «Для всех x верно $A(x)$» символически записывается $\forall x\, A(x)$.

Утверждение $\forall x\, A(x)$ истинно тогда и только тогда, когда $A(x)$ истинно при любом фиксированном значении x.

Пусть $A(x)$ – предикат с одним параметром, тогда высказывание «Существует такое x, что $A(x)$» символически записывается $\exists\, x\, A(x)$.

Высказывание $\exists\, x\, A(x)$ истинно, если в универсуме найдется хотя бы одно значение c, при котором $A(c)$ истинно.

Благодарю за внимание!