



Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

ГЛАВА 3. ПРОПОЗИЦИОНАЛЬНАЯ ЛОГИКА (ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ)

Модуль 3.3. Язык логики высказываний

Зюзьков Валентин Михайлович

Алфавит языка логики высказываний

- Логические операции: \neg (отрицание), \wedge (конъюнкция), \vee (дизъюнкция), \supset (импликация), \sim (эквиваленция).
- Пропозициональные (высказывательные) переменные: изображаются большими латинскими буквами, возможно с индексами – натуральными числами, например $Q, R, X, Y, Z, P, P_1, P_2, \dots, P_n, \dots$
- Скобки: $(,)$.

Пропозициональные формулы

Индуктивные правила:

- Каждая пропозициональная переменная есть формула.
- A есть формула, то $\neg A$ – также формула.
- Если A и B – формулы, то $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \supset B)$, $(A \sim B)$ – также формулы.

Примеры формул (и подформул)

C, X_1, B, X_2

$\neg B$

$\neg B \vee X_2$

$X_1 \& (\neg B \vee X_2)$

$C \supset (X_1 \& (\neg B \vee X_2))$

$\neg(C \supset (X_1 \& (\neg B \vee X_2)))$

Будем для формул A и B писать $A = B$, если формулы A и B идентичны (типографски тождественны).

В записи формул будем
опускать внешние скобки.

Интерпретацией языка логики высказываний называется любое отображение

$$\varphi : P \rightarrow \{И, Л\},$$

где P – множество всех пропозициональных переменных;
 $\{И, Л\}$ – множество, состоящее из двух истинностных значений.

Таблица истинности для формулы
 $F = \neg((X \vee (\neg Y \supset X)) \supset \neg Y)$

X	Y	$\neg Y$	$\neg Y \supset X$	$X \vee (\neg Y \supset X)$	$(X \vee (\neg Y \supset X)) \supset \neg Y$	F
И	И	Л	И	И	Л	И
И	Л	И	И	И	И	Л
Л	И	Л	И	И	Л	И
Л	Л	И	Л	Л	И	Л

Если в формуле имеется n
переменных, то ее таблица
истинности содержит 2^n строк.

Задача №1

Известны следующие факты:

1. Если A виновен и B не виновен, то C виновен.
2. C никогда не действует в одиночку.
3. A никогда не ходит на дело вместе с C .
4. Никто, кроме A , B и C , в преступлении не замешан, и по крайней мере один из этой тройки виновен.

Решение задачи №1

Факты 1–4 можно записать в виде формул:

1. $A \& \neg B \supset C$.

2. $C \supset A \vee B$.

3. $A \supset \neg C$.

4. $A \vee B \vee C$.

Через пропозициональные переменные A , B и C обозначены высказывания « A виновен», « B виновен» и « C виновен» соответственно.

Первый способ решения

- Пусть C – истина, тогда по формуле (2) имеем, что $A \vee B = \mathbf{И}$. Далее, если $A = \mathbf{И}$, то по формуле (3) $C = \mathbf{Л}$. Получили противоречие с исходным предположением.
Следовательно, $B = \mathbf{И}$.
- Пусть теперь C – ложь. Тогда по формуле (1) получаем $A \& \neg B = \mathbf{Л}$. Последняя формула может быть ложной, если $B = \mathbf{И}$.
Если же $B = \mathbf{Л}$, то тогда должно быть $A = \mathbf{Л}$.
Следовательно, в этом случае все три переменные ложны, что противоречит истинности формулы (4).
Таким образом, $B = \mathbf{И}$.

Второй способ решения

A	B	C	$A \& \neg B$	$A \vee B$	$A \& \neg B \supset C$ ⁽¹⁾	$C \supset A \vee B$ ⁽²⁾	$A \supset \neg C$ ⁽³⁾	$A \vee B \vee C$ ⁽⁴⁾
И	И	И	Л	И	И	И	Л	И
Л	И	И	Л	И	И	И	И	И
И	Л	И	И	И	И	И	Л	И
И	И	Л	Л	И	И	И	И	И
Л	Л	И	Л	Л	И	Л	И	И
Л	И	Л	Л	И	И	И	И	И
И	Л	Л	И	И	Л	И	И	И
Л	Л	Л	Л	Л	И	И	И	Л

Таким образом, $B = \text{И}$.

Задача №2

Путешественник встретил двух островитян α и β .

Островитянин α сказал: «Мы оба лжецы».

Кто на самом деле α и кто β ?

Решение задачи №2

Рыцарь не может утверждать, что он лжец. Поэтому α – лжец, но они вместе с β не могут быть оба лжецами, так как в этом случае α говорил бы правду.

Поэтому получаем: α – лжец, а β – рыцарь.

Задача №3

Перед нами три островитянина α , β и γ .
Двое из них высказывают следующие утверждения:

- α сказал: «Мы все лжецы»;
- β сказал: «Один из нас рыцарь».

Кто из них **рыцарь**, а кто **лжец**?

Ответ: α и γ – **лжецы**, а β – **рыцарь**.

Благодарю за внимание!