ТУСУР | TUSUR UNIVERSITY

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

ГЛАВА 3. ПРОПОЗИЦИОНАЛЬНАЯ ЛОГИКА (ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ)

Модуль 3.1. Высказывания

Зюзьков Валентин Михайлович

Неопределяемые понятия

- Простое (элементарное) высказывание.
- Логические значения высказываний — «истина» и «ложь».

Примеры простых высказываний

- Николай Гоголь – автор повести «Тарас Бульба».
- Литературные произведения о собаках «Каштанка», «Муму» и «Белолобый» написаны Антоном Чеховым.
- Теорема Пифагора: в прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы.
- Теорему Пифагора впервые доказал Пифагор.
- Симфония №8 Шуберта осталась неоконченной.
- Шуберт не смог завершить симфонию №8 потому, что его жизнь оборвалась.

Примеры не высказываний

- Как пройти в библиотеку?
- Стой, кто идет!
- Натуральное число n является простым числом.
- Число 10^{-6} очень мало.
- Онегин любит Татьяну.
- Мне кажется, что «Тарас Бульба» написал Тарас Шевченко.

В математике **переменная** – это языковое выражение, служащее для обозначения произвольного объекта из некоторого фиксированного множества, называемого областью возможных значений этой переменной – **универсумом**.

Если переменная употребляется таким образом, что допускается подстановка вместо нее обозначений (имен) объектов универсума, то эта переменная называется **свободной.**

Примеры свободных переменных

- Натуральное число n является простым числом. Переменная n – свободна.
- Переменные x, y и z являются свободными в выражении $x^2 + y^2 = z^2$.
- Переменная x в выражении $x + \sin(1/x)$ является свободной.

1. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1.$

2. $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{1}{k^2} = \dfrac{\pi^2}{6}.$

Подстановки чисел в эти выражения вместо x и k бессмысленны.

В том случае, когда по смыслу выражения, содержащего переменную, подстановка вместо нее имен конкретных объектов недопустима, эта переменная называется **связанной.**

Примеры именной и высказывательной форм

В общем случае надо говорить о свободных и связанных вхождениях переменных.

Пример: $x + \lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}.$

Примеры именной и высказывательной форм

- $x + \sin(1/x)$ – именная форма;
- $x^2 + y^2 = z^2$ – высказывательная форма.

Выражение, содержащее свободные вхождения переменных и превращающееся в имя некоторого объекта всякий раз, когда вместо всех свободных вхождений каждой переменной подставляется имя какого-нибудь объекта из универсума, называется именной формой.

Выражение, содержащее свободные вхождения переменных и превращающееся в высказывание всякий раз, когда вместо всех свободных вхождений каждой переменной подставляется имя какого-нибудь объекта из универсума, называется высказывательной формой.

Обозначение высказывательных форм

Для высказывательной формы мы часто будем употреблять обозначение вида $A(x_1, x_2,\ldots, x_n)$, явно указывая все ее параметры.

Тогда, если $c_1, c_2,\ldots, c_n$ – имена каких-либо объектов из универсума возможных значений переменных $x_1, x_2,\ldots, x_n$ соответственно, то через $A(c_1, c_2,\ldots, c_n)$ обозначается высказывание, полученное из $A(x_1, x_2,\ldots, x_n)$ подстановкой c_1 вместо x_1, c_2 вместо $x_2,\ldots, c_n$ вместо x_n.

Пример

Пусть $P(n)$ обозначает высказывательную форму «n и $n + 2$ – простые числа-близнецы», тогда $P(29)$ – истинное высказывание, а $P(1)$ – ложное высказывание.

Сложные высказывания образуются из элементарных высказываний применением пропозициональных (логических) связок (операций) и кванторных конструкций.

Соглашения

1. Имеются исходные неопределяемые понятия **истина** и **ложь** (обозначения: **1** и **0** или **И** и **Л**), которые являются истинностными (логическими) значениями высказываний.
2. Логическое значение сложного высказывания зависит лишь от логических значений его компонент, а не от его смысла.

ТУСУР TUSUR UNIVERSITY

Благодарю за внимание!