



Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники

## **ГЛАВА 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ**

### **Модуль 2.4. Специальные свойства отношений**

**Зюзьков Валентин Михайлович**

Отношение  $\rho$  на множестве  $X$   
называется **рефлексивным**,  
если для любого элемента  
 $x \in X$  выполняется  $x \rho x$ .

## Примеры

- Пусть отношение  $\rho$  задано на множестве  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{x} \rho \mathbf{y}$ , если и только если  $\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$ . Тогда  $\rho$  рефлексивно, потому что  $\mathbf{x} \leq \mathbf{x}$  для всех  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}$ .
- Пусть  $\mathbf{X} = \{1, 2, 3\}$  и  $\rho = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$ . Так как  $\langle 2, 2 \rangle \notin \rho$ , то отношение не рефлексивно.

Отношение  $\rho$  на множестве  $X$  называется **симметричным**, если для любых  $x, y \in X$  из  $x \rho y$  следует  $y \rho x$ .

## Пример

Пусть отношение  $\rho$  задано на множестве  $\mathbf{R}$  и  $x \rho y$ , если и только если  $x \leq y$ . Отношение  $\rho$  не симметрично, например,  $1 \leq 2$ , но  $2 \leq 1$  не выполнено.

## Пример

Пусть  $\rho = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle \}$ .

Это отношение симметрично.

Отношение  $\rho$  на множестве  $X$  называется **транзитивным**, если для любых  $x, y, z \in X$  из  $x \rho y$  и  $y \rho z$  следует  $x \rho z$ .

Отношение  $\rho$  **не будет транзитивным**, если найдутся такие  $x, y, z$ , что  $x \rho y$  и  $y \rho z$ , но не выполнено  $x \rho z$ .



# Примеры

- Пусть отношение  $\rho$  задано на множестве  $\mathbf{R}$  и  $x \rho y$ , если и только если  $x \leq y$ . Отношение является **транзитивным**, ибо если  $x \leq y$  и  $y \leq z$ , то  $x \leq z$ .
- Пусть  $\rho_1 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$ ,  $\rho_2 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle \}$ . Тогда отношение  $\rho_1$  **не транзитивно**, так как  $\langle 1, 2 \rangle \in \rho_1$  и  $\langle 2, 3 \rangle \in \rho_1$ , но  $\langle 1, 3 \rangle \notin \rho_1$ .
- Но отношение  $\rho_2$  является **транзитивным**, поскольку нет вообще таких элементов  $x, y$  и  $z$ , чтобы выполнялось условие  $x \rho_2 y$  и  $y \rho_2 z$ .

Отношение  $\rho$  на множестве  $X$  называется **антисимметричным**, если не существует пар с неравными компонентами  $x, y$  таких, что  $x \rho y$  и  $y \rho x$ .

# Примеры

- Отношение  $\{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$  антисимметрично, но не симметрично.
- Отношение  $\{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle \}$  антисимметрично, но и симметрично.
- Отношение  $\{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$  не антисимметрично, но и не симметрично.

Антисимметричность и  
симметричность – не  
противоположные  
отношения.

**Благодарю за внимание!**