ТУСУР | TUSUR UNIVERSITY

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

ГЛАВА 1. МИССИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Модуль 1.7. Математическая логика в своем блеске и великолепии

Зюзьков Валентин Михайлович

Геттингенская программа

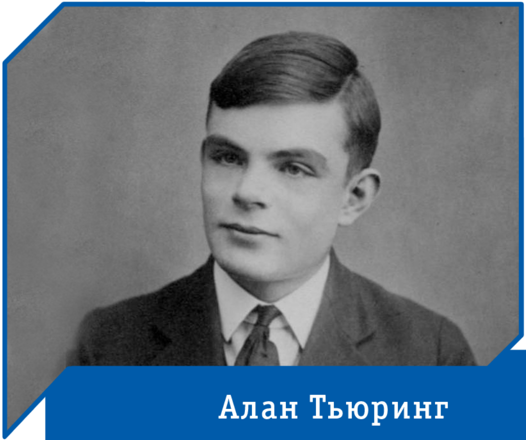
1) Математика является полной, т. е. любое математическое утверждение можно доказать или опровергнуть, основываясь на правилах самой дисциплины.
2) Математика является непротиворечивой, т. е. нельзя доказать и одновременно опровергнуть какое-либо утверждение, не нарушая принятых правил рассуждения.
3) Математика является разрешимой, т. е., пользуясь правилами, можно выяснить относительно любого математического утверждения, доказуемо оно или опровержимо.

Курт Гёдель
(1896–1978)

Теоремы Гёделя

1. **Теорема о неполноте.** В любой аксиоматической теории, содержащей арифметику, существуют неразрешимые утверждения,т. е. те, которые нельзя ни доказать, ни опровергнуть.

2. **Теорема о непротиворечивости.** Непротиворечивость любой аксиоматической теории, содержащей арифметику, не может быть доказана средствами самой теории.



Алан Тьюринг
(1912–1954)

Применение математической логики

1. **Булева алгебра** – математический аппарат для конструирования элементной базы компьютеров.

2. В основе многочисленных языков программирования лежат **теория алгоритмов, теория формальных систем, логика предикатов:** язык Prolog – теория автоматического доказательства теорем, язык Haskell – лямбда-исчисление.

3. **Теория вычислительной сложности** (алгоритмов и задач).

Шарль Дени Бурбаки

Основные принципы изложений:

- единство и полная формализация математики на основе теории множеств;
- систематичность;

догматизм и самодостаточность;

- изложение, всегда идущее от общего к частному;
- ключевая роль понятия <<структуры>>.

Выражение для «1»

$$\tau_Z((\exists u)(\exists U)(u = (U, \{\varnothing\}, Z) \text{ и } U \subset \{\varnothing\} \times Z$$
$$\text{и } (\forall x)((x \in \{\varnothing\}) \Rightarrow (\exists y)((x, y) \in U))$$
$$\text{и } (\forall x)(\forall y)(\forall y')(((x, y) \in U \text{ и } (x, x') \in U) \Rightarrow (y = y'))$$
$$\text{и } (\forall y)((y \in Z) \Rightarrow (\exists x)((x, y) \in U))$$
$$\text{и } (\forall x)(\forall x')(\forall y)(((x, y) \in U \text{ и } (x', y) \in U) \Rightarrow (x = x')))).$$

Пустое множество ∅ определяется в языке теории множеств Бурбаки как

$$\tau \neg \neg \neg \in \tau \neg \neg \in \square \square \square$$

Получаем, что полная запись обыкновенной единицы состоит из 4 523 659 424 929 символов!

Благодарю за внимание!