ТУСУР | TUSUR UNIVERSITY

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

ГЛАВА 1. МИССИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Модуль 1.6. Начало математической логики

Зюзьков Валентин Михайлович

Джордж Буль
(1815–1864)

Значения:
0 и 1 (ложь и истина).

Операции:
умножение и сложение
(конъюнкция и дизъюнкция).

Пример

A: «Волга впадает в Каспийское море»: A = 1

B: «Ангара впадает в озеро Байкал»: B = 0

«Волга впадает в Каспийское море **или** Ангара впадает в озеро Байкал»

A или B ≡ A + B = 1 + 0 = 1

«Волга впадает в Каспийское море **и** Ангара впадает в озеро Байкал»

A и B ≡ A x B = 1 x 0 = 0

Георг Кантор
(1845–1918)

Примеры множеств

1. {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...} – бесконечное множество, содержащее все простые числа;
2. {пешка, конь, слон, ладья, ферзь, король};
3. {{Земля, Луна}, {Юпитер и еще не менее 67 его спутников}, {Марс, Фобос, Деймос}} – множество из трех элементов, которые сами являются множествами;
4. {Африка, Байкал, ноябрь, дыхание, Млечный путь, красота};
5. Множество людей, погибших во Второй мировой войне.

Использование множеств в логике

Как проверить утверждение: **«Названия всех штатов США, содержащие букву z, начинаются с буквы А»**?

Множество всех штатов, названия которых содержат букву z:
X = {Arizona}
Множество штатов, названия которых начинается с буквы А:
Y = {Alabama, Alaska, Arizona, Arkansas}

X есть подмножество Y:
$X \subseteq Y$ тогда и только тогда, когда
для любого s из $s \in X$ следует $s \in Y$.

Леопольд Кронекер
(1823–1891)

Давид Гильберт
(1862–1943)

Готлоб Фреге
(1848–1925)

ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ (пропозициональная логика) использует буквы для обозначения простых утверждений (высказываний), которые соединяются вместе в сложное высказывание с помощью логических операций (связок): «и», «или», «не», «если ..., то», «тогда и только тогда» (в переводе на русский язык).

Примеры высказываний

Высказывание A:
«Лена едет в трамвае»
Высказывание B:
«Петя находится дома»

Сложные высказывания:
«Лена едет в трамвае **и** Петя находится дома» (формула **A & B**)

«**Если** Лена **не** едет в трамвае, **то** Петя находится дома»
(формула **$\neg A \rightarrow B$**)

В логике предикатов используются буквы (слова) для именования объектов (предметов) из некоторой предметной области и имена для предикатов.

Предикаты обозначают свойства объектов или отношения между объектами.

Примеры предикатов

Предикат **М(x)** обозначает свойство людей «x едет в трамвае».
Предикат **Н(x)** обозначает свойство людей «x находится дома».

При этих обозначениях высказывания, записанные в виде формул логики высказываний **A & B** и **¬ A → B**, в логике предикатов записываются теперь как **М(Лена) & Н(Петя)**, **¬ М(Лена) → Н(Петя)**.

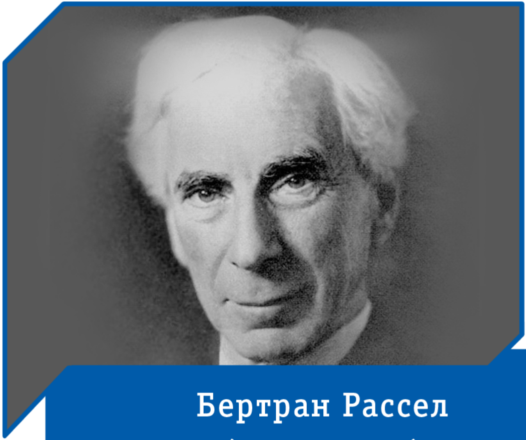
Кванторы служат для обозначения дополнительных конструкций, позволяющих создавать более сложные формулы.

Кванторы:

$\forall$ <<для всех>> и $\exists$ <<существует некоторый>>.

Утверждение «Все люди едут в трамвае» записывается формулой $\forall x M(x)$.

Утверждение «Некоторые люди находятся дома» записывается формулой $\exists x H(x)$.



Бертран Рассел
(1872–1970)

PRINCIPIA MATHEMATICA

TO ∗56

BY

ALFRED NORTH WHITEHEAD

AND

BERTRAND RUSSELL, F.R.S.

CAMBRIDGE
AT THE UNIVERSITY PRESS

Благодарю за внимание!