

## Модуль 1.5. Становление логики

Многие науки зародились в античной Греции, и логика не была исключением. Например, Фалес (ок. 625–547 гг. до н. э., рис. 1) и Пифагор (570–490 гг. до н. э., рис. 2) использовали логические рассуждения в математике.

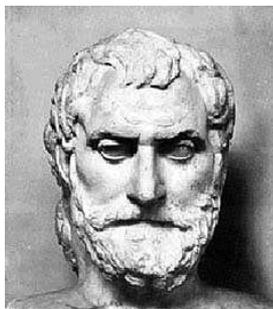


Рис. 1 – Фалес

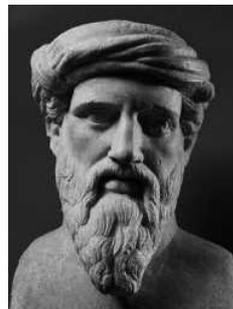


Рис. 2 – Пифагор

Фалес традиционно считается основоположником греческой науки, и его именем названа геометрическая теорема: *если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают равные отрезки на одной его стороне, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне.*

Пифагор создал религиозно-философскую школу пифагорейцев. В основе вещей лежит число, учил Пифагор, познать мир — значит, познать управляющие им числа. Изучая числа, пифагорейцы разработали числовые отношения и нашли их во всех областях человеческой деятельности. Античные авторы отдают Пифагору авторство известной теоремы: квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равняется сумме квадратов катетов. В рядах его школы была доказана теорема, утверждающая, что длина диагонали единичного квадрата не представима в виде отношения целых чисел. При этом использовался метод доказательства от противного (см. главу 7). Утверждение этой теоремы поколебало взгляды пифагорейцев на число, поскольку они не знали других чисел, кроме целых или отношений целых чисел (рациональных).

Сократ (ок. 469–399 гг. до н. э., рис. 3) и Платон (ок. 427–347 гг. до н. э., рис. 4) применяли рассуждения математического типа в философских вопросах.

Многие высказывания, традиционно относимые к историческому Сократу, характеризуются как «парадоксальные», потому что они, с логической точки зрения, вроде бы противоречат здравому смыслу. К числу так называемых сократовских парадоксов относятся фразы:

*Никто не желает зла.*

*Никто не делает зла по своей воле.*

*Добродетель — это знание.*

«Сократовыми парадоксами» также могут называться самоссылающиеся парадоксы, образцом которых является фраза в отношении знания, также приписываемая Сократу: «Я знаю только то, что ничего не знаю, но другие не знают и этого».

Свои приёмы исследования Сократ сравнивал с «искусством повивальной бабки»; его метод вопросов, предполагающих критическое отношение к догматиче-

ским утверждениям, получил название «*сократовской иронии*». Сократ своих учеников приводил к истинному суждению через *сократовский диалог*, где задавал общий вопрос, получив ответ, задавал следующий уточняющий вопрос и так далее до окончательного ответа.

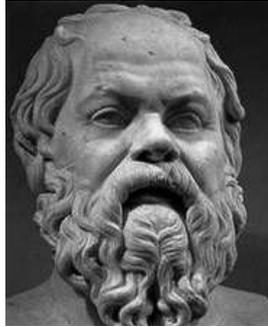


Рис. 3 – Сократ

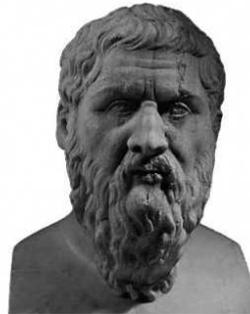


Рис. 4 – Платон

От Платона идет *реализм* (другими словами, математический платонизм) — философское направление в математике, последователи которого считают, что математические объекты (сущности) существуют независимо от математиков. Большинство современных математиков, поддерживают эту позицию.



Рис. 5 – Аристотель

Но настоящим основателем классической логики был Аристотель (384–322 гг. до н. э., рис. 5).

Аристотель впервые сформулировал законы логики — *законы правильного мышления*. Он рассматривал логику как (научный) инструмент для познания мира. Используя геометрию как модель, он обнаружил, что научные знания состоят из *доказательств*, доказательства из *силлогизмов*, силлогизмы из *утверждений*, утверждения из *термов*.

Открытые им силлогизмы являются схемами (законами) рассуждений. Они содержат исходные утверждения (*посылки*) и утверждение — *заключение*. Силлогизм устроен таким образом, что если

мы принимаем посылки (считаем их истинами), то мы должны принять заключение (должны считать его истинным).



### Пример

Вот классический пример наиболее известного силлогизма: *Все люди смертны, Сократ — человек, следовательно, Сократ смертен.*

Другой пример этого же силлогизма был приведен в первой главе — утверждение, в котором заключение — «у Геракла — *деревянные ноги*».

Знаменитый математик древности Евклид (III в. до н. э., рис. 6), строго говоря, не был логиком, но его вклад в логику неоспорим.

Главная работа Евклида «Начала» (в латинизированной форме — «Элементы») содержит изложение планиметрии, стереометрии и ряда вопросов теории чисел; в ней он подвёл итог предшествующему развитию греческой математики и создал фундамент дальнейшего развития математики. До сих пор классическая геометрия называется в его честь евклидовой. Его величайшим достижением была логическая организация геометрических утверждений в совокупность аксиом и теорем.



Рис. 6 – Евклид

Евклид начал изложение геометрии с **аксиом** (некоторые из них с наиболее сложной формулировкой и связанные с геометрическими построениями назывались им **постулатами**) — истинных утверждений, которые, по его мнению, просты и самоочевидны. Используя аксиомы, он доказывал **теоремы** — истинные утверждения, более сложные и не очевидные.

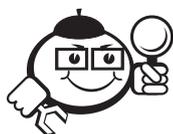
Возможно, создание никакого другого учебника не имело столь радикальных последствий для развития всей человеческой мысли на протяжении последующих двух тысяч лет. «Начала» Евклида стали предтечей современных формальных (аксиоматических) систем.

Греческие гении Пифагор, Платон и Евклид решительно отклонили попытки экспериментального поиска геометрической истины, которую они считали в высшей степени объективной, в противоположность всему, что говорят о мире наши ощущения, подвластные иллюзиям и ежеминутно показывающие каждому все новый образ этого мира.

В то время когда последователи Аристотеля продолжали его труд, связанный с логикой силлогизмов, другая греческая школа философов, стоики, исследовали другой подход. Они изучали так называемые **условные утверждения**, имеющие форму *если... то...* Например,

*Если облака собираются на западе, то будет дождь.*

С помощью условных утверждений проводились логические рассуждения.



Пример

**Посылки:**

*Если облака собираются на западе, то будет дождь.*

*Облака собираются на западе.*

**Заключение:**

*Будет дождь.*

Используемый в данном примере логический закон рассуждения стал называться *modus ponens* (модус поненс).

Определенно, имеется связь между подходами в логических рассуждениях у Аристотеля и стоиков, поэтому после столетия независимого развития эти подходы слились вместе в рамках одной дисциплины.

Независимо возникла буддистская логика, но дальнейшее развитие логики в Европе имеет своим исходным пунктом изучение Аристотеля.



Рис. 7 – Фрэнсис Бэкон

Средневековая логика в Европе развивалась главным образом в направлении схоластической интерпретации сочинений Аристотеля, а сама логика часто использовалась для утверждения и обоснования догматов веры. В эпоху возрождения Фрэнсис Бэкон (1561–1626 гг., рис. 7) — английский философ — задался амбициозной целью построить логику открытия в опытных науках с помощью разработанных им методов индуктивного исследования: сходства, различия, остатков и сопутствующих изменений. Силлогистика, по мнению Бэкона, является бесполезной для открытия новых истин; в лучшем случае она может служить лишь для оправдания и обоснования их.

После возникновения в математике анализа бесконечно малых возродился интерес к дедуктивной логике.

Математическая логика с внешней стороны отличается от «обычной» тем, что она широко пользуется языком математических и логических знаков, исходя из того, что в принципе они могут совсем заменить слова обычного языка и принятые в обычных живых языках способы объединения слов в предложения.

Довольно рано возникла идея о том, что, записав все исходные допущения на языке специальных знаков, похожих на математические, можно заменять рассуждение вычислением. Точно же сформулированные правила таких логических вычислений можно перевести на язык вычислительной машины, которая тогда будет способна автоматически выдавать интересующие нас следствия из введенных в нее исходных допущений.



Рис. 8 – Готфрид Вильгельм Лейбниц

Своего рода «логическую машину» сконструировал еще в средние века Раймунд Луллий (1235–1315 гг.), дав ей, впрочем, лишь совершенно фантастические применения.

Более определенный и близкий к реально осуществленному впоследствии замысел универсального логического исчисления развивал Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646–1716 гг., рис. 8) — немецкий философ, логик, математик. Лейбниц надеялся даже, что в будущем философы вместо того, чтобы бесплодно спорить, будут брать бумагу и вычислять, кто из них прав.

Готфрид Лейбниц считал, подобно Аристотелю, что логика может стать независимым орудием для научного познания мира. Он был первым, кто продвинул ло-

гику вперед после Аристотеля. Он пытался записывать логические утверждения в символическом виде, надеясь свести рассуждения к манипулированию символами, к вычислениям. Это была первая попытка создать символическую логику.

Лейбниц надеялся, что символическая логика преобразует философию, политику и даже религию в чистые исчисления, обеспечивая заслуживающий доверия метод для получения объективных ответов на все жизненные задачи.



.....  
“ В самой известной цитате из работы «Искусство открытия» (1685 г.) Лейбниц говорит: «Это единственный способ исправить наши рассуждения, чтобы сделать их также ясными как у математиков, так что мы могли бы найти ошибку с первого взгляда, а когда возникают споры, мы могли бы просто сказать: «Давайте вычислим и увидим, кто прав».  
.....

В 1686 году было издано философское эссе Готфрида Лейбница «Рассуждения о метафизике» (*Discours de metaphysique*), в котором поставлен вопрос: как отличить факты, которые можно описать неким законом, от фактов, никаким законом не подчиняющихся? В четвертом разделе своего эссе Лейбниц высказал очень простую и глубокую мысль: теория должна быть проще данных, которые она объясняет, иначе она не объясняет ничего. Концепция научного закона становится бессмысленной, если допускает неограниченный уровень математической сложности, потому что в таком случае всегда можно сформулировать закон независимо от того, насколько случайны и беспорядочны факты. И наоборот, если единственный закон, объясняющий какие-то данные, оказывается слишком сложным, то рассматриваемые данные на самом деле не подчиняются никакому закону.

Но его идеи были далеко впереди его времени, поэтому они не были восприняты современниками. Только через двести лет логики переоткрыли их и стали использовать.